# Formulario: Meteorología y Climatología

- Ley de Stefan-Boltzmann

$$R = \sigma T^4 \; ; \qquad \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 K^4}}$$

- Ley de Wien
  $\lambda_M T = 2.9\,10^{-3}$ m K

- Ecuación del gas ideal

$$P = \rho\, r\, T \; ; \qquad r = \frac{R}{M} \quad (M : \text{Masa molecular}) \; .$$

- Equivalencias entre notaciones:

$$r' = r_a = R_a \; , \qquad r_s = R_s \; , \qquad \overline{r} = \overline{R} \; , \qquad T = T_b \; , \qquad T' = T_{at} \; .$$
$$c_p = c_p(s) \; , \qquad c'_p = c_p(a) \; .$$

- Índices de humedad:
  - humedad relativa: $h = 100 \dfrac{e}{E(T)} \simeq 100 \dfrac{a}{A} \simeq 100 \dfrac{m}{M}$
  - $m$: proporción de mezcla, $q$: humedad específica

$$\frac{e}{P} = \frac{m}{\epsilon + m} \; , \qquad q = \frac{m}{m+1} \; , \qquad \epsilon = \frac{r_s}{r_a} = \frac{5}{8} \; .$$

- Constantes para el aire seco y el vapor:

$$L = 2500 \frac{\mathrm{J}}{g} = 600 \frac{\mathrm{cal}}{g} \; , \qquad r_s = 0.287 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g\ K}} \; , \qquad r_a = 0.461 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g\ K}} \; .$$
$$c_p(s) = 1 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g\ K}} \; , \qquad c_p(a) = 1.86 \frac{\mathrm{J}}{g\ K} \; , \qquad \Gamma = \frac{g}{c_p} = 0.0098 \frac{^\circ\mathrm{C}}{\mathrm{m}} \; .$$
$$\overline{\Gamma} = \frac{g}{\overline{c_p}} \; , \qquad \overline{c_p} \;=\; c_p(s)\,(1 + k\; q) \;\; , \;\; k = \frac{c_p(a)}{c_p(s)} - 1 = 0.86 \; .$$

- $\Gamma' = -\left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{adiab}} = \Gamma \frac{T}{T'}$ .

- Elevación adiabática ($\alpha$ cte.)

$$T = T_0 \left(1 - \alpha \frac{z}{T'_0}\right)^{\Gamma/\alpha} \simeq T_0 \left(1 - \frac{\Gamma z}{T'_0}\right)$$
$$T' = T'_0 - \alpha z$$

- Primer principio de la termodinámica:

$$\delta Q = dU + PdV = mc_p dT - VdP = m\left(c_p dT + \frac{T}{T'} g dz\right)$$

- Proceso politrópico: $\begin{cases} c_p \to c_p - c \\ c_v \to c_v - c \end{cases}$ donde $c$ es el calor específico del proceso.

- Índice de estabilidad:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\eta \Delta z \ ; \qquad \eta = g\frac{\Gamma - \alpha}{T'} \ ;$$

- Temperatura potencial: $\theta = \left(\frac{1000}{P}\right)^{r/c_p} T$

- Temperatura virtual: $\overline{r}T = rT_v \Rightarrow T_v = T\left(1 + \frac{3}{5}q\right)$ .

- Ecuación de Clausius-Clapeyron

  – Forma diferencial:

$$\frac{dE}{dT} = \frac{LE}{r_a T^2}$$

  – Forma integrada:

$$\ln\frac{E}{E_0} = \frac{L}{r_a}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right) \quad \Rightarrow \quad \ln\frac{h}{h_0} = \frac{L}{r_a}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right) \text{(Proceso isobárico).}$$

  ∗ Dependencia de $L$ con $T$: $L = L_0 + (c_p(a) - c)T(^\circ\mathrm{C}) \simeq 600 - 0.56 \cdot T(^\circ\mathrm{C})\frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{g}}$ .

- Fórmula de Magnus

$$E(T) \ = \ 6.1 \times 10^{\frac{7.45T(^\circ\mathrm{C})}{234.07 + T(^\circ\mathrm{C})}} \ (\mathrm{hPa}) \ .$$

- Temperatura equivalente: $T_e = T + \frac{mL}{c_p} \simeq T + 2e(\mathrm{mmHg}) \simeq \mathrm{T} + 2\mathrm{a}\left(\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}\right)$ .

- Temperatura del termómetro húmedo: $T_h$

$$(c_p(s) + mc_p(a))(T - T_h) = L(M' - m)$$
$$T_e \simeq T' + \frac{M_a L}{c_p(s)} \simeq T' + 2A$$

- $\frac{de}{e} = \frac{dm}{m} + \frac{dP}{P}$

- $\frac{dh}{h} = \frac{dP}{P} - \frac{dE}{E}$ (para m constante)

- Variación de h con T en una ascensión adiabática:

$$\frac{dh}{dT} = \frac{h}{T}\left(\frac{\overline{c}_p}{\overline{r}_s} - \frac{L}{r_a T}\right) \ . \tag{1}$$

  - Integración exacta de (1):

$$\ln\frac{h}{h_0} = \frac{\overline{c}_p}{\overline{r}}\ln\frac{T}{T_0} + \frac{\epsilon L}{r\ _s}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right) \ .$$

  - Integración aproximada de (1):

$$\frac{h}{h_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{\overline{c}_p}{\overline{r}} - \frac{\epsilon L}{r_s T_0}} \ .$$

- Fórmula de Ferrel: $z_s = 122(T_0 - \tau_0)m$ ($\tau_0$: punto de rocío)
- Fórmula de Väisälä: $z_s = 188\,(T(^\circ\mathrm{C}) + 105)\,\frac{x}{x+5.1}$; $x = \log_{10}\frac{100}{h_0}$
- Elevación pseudo-adiabática:

$$-LdM \simeq c_p dT - V dP$$

$$\Gamma_{\mathrm{pseud}} = \Gamma\frac{P + \epsilon\dfrac{LE}{RT}}{P + \epsilon\dfrac{L}{c_p}\dfrac{dE}{dT}}$$

- Vientos:

$$\vec{a}_{\mathrm{pres}} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}P \to -\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dx} \ ;$$

$$a_c = 2v\Omega\sin\phi \ ; \qquad \phi : \text{latitud}$$

$$v_g = \frac{1}{\rho f}\frac{dP}{dx} \ ; \qquad f = 2\Omega\sin\phi \ .$$